Mathématiques 30–1
Test de pratique

Programme d'examens en vue de l'obtention du diplôme de 12e année **2022**

Alberta

Ce document est destiné principalement au(x) :

Élèves	✓	
Enseignants	✓	de Mathématiques 30–1
Administrateurs	✓	
Parents		
Grand public		
Autres		

Test de pratique de Mathématiques 30–1

Diffusion : Ce document est diffusé sur le site Web d'Alberta Education.

☑ Ce document est conforme à la nouvelle orthographe.

Dans le présent bulletin, le générique masculin est utilisé sans aucune discrimination et uniquement dans le but d'alléger le texte.

Table des matières

Veuillez noter que si vous ne pouvez pas accéder directement à l'un des sites Web au moyen des liens qui figurent dans ce document, vous pouvez trouver des documents qui portent sur les examens en vue de l'obtention du diplôme de 12e année sur le site Web d'Alberta Education.

Introduction

Les questions qui figurent dans ce livret représentent un échantillon de questions de Mathématiques 30–1. Les enseignants peuvent utiliser ces questions de différentes manières pour aider les élèves à développer et à démontrer une compréhension des concepts décrits dans le programme d’études de Mathématiques 30–1. Le présent document, ainsi que le programme d’études, le bulletin d’information et les normes d’évaluation et exemples de questions, peuvent guider les décisions à prendre concernant la planification de l’enseignement.

Les questions sont diffusées en anglais et en français.

Pour obtenir des renseignements supplémentaires, veuillez contacter
Delcy Rolheiser, Mathematics 30–1 Exam Lead, au
780-415-6181
Delcy.Rolheiser@gov.ab.ca, ou

Deanna Shostak, Director, Diploma Examinations, à
Deanna.Shostak@gov.ab.ca, ou

Provincial Assessment Sector, en composant le (780) 427-0010.
Pour appeler sans frais de l’extérieur d’Edmonton, composez le 310-0000.

Documents supplémentaires

Provincial Assessment Sector appuie l’enseignement du cours de Mathématiques 30–1 au moyen des documents suivants, diffusés sur la page Web Passer les examens de 12e année.

- *Bulletin d’information de Mathématiques 30-1*
- *Mathématiques 30–1 – Normes d’évaluation et exemples de questions*
- *Questions rendues publiques en Mathématiques 30-1*
- *Mathématiques 30–1 – Exemples de questions à réponse écrite commentées*

Test de pratique de Mathématiques 30–1

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 1.

La fonction $y = f(x)$ subit des transformations selon la règle de correspondance $(x, y) \rightarrow (x - 2, \ -y + 5)$ et devient la fonction $y = g(x)$.

Transformations possibles

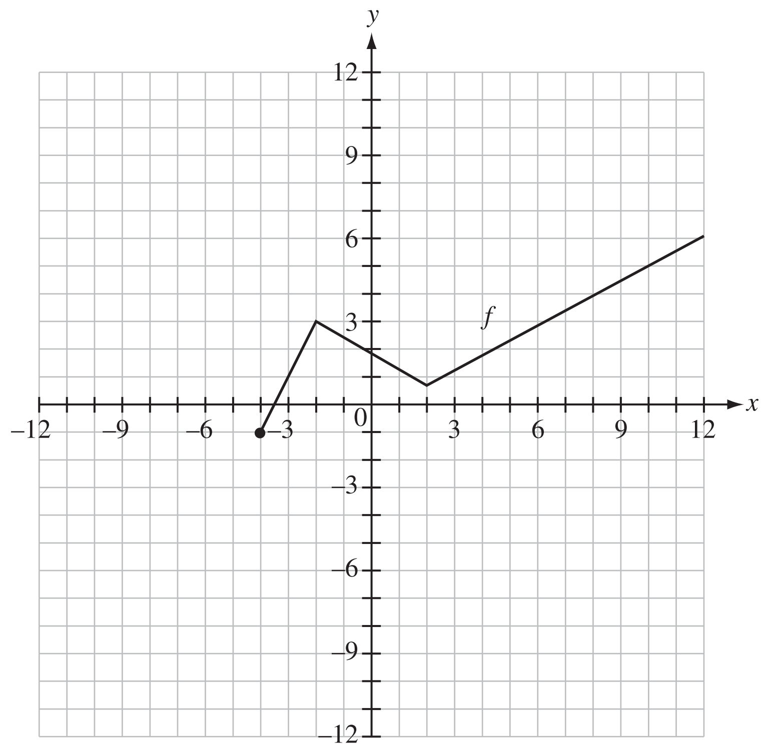
1	Une réflexion par rapport à l'axe des x
2	Une réflexion par rapport à l'axe des y
3	Une translation de 5 unités vers la droite
4	Une translation de 5 unités vers la gauche
5	Une translation de 2 unités vers la droite
6	Une translation de 2 unités vers la gauche
7	Une translation de 5 unités vers le haut
8	Une translation de 5 unités vers le bas
9	Une translation de 2 unités vers le haut
0	Une translation de 2 unités vers le bas

Réponse numérique

1. Dans le bon ordre, les transformations numérotées ci-dessus qui transformeraient $y = f(x)$ en $y = g(x)$ sont ______, ______ et ______. (Il y a plus d'une bonne réponse.)

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 1.

Le graphique de $y = f(x)$ illustré ci-dessous a pour domaine $\{x \in R \mid x \geq -4\}$.



1. Le domaine du graphique de $y = f(-x + 4)$ est

A. $\{x \in R \mid x \leq 8\}$

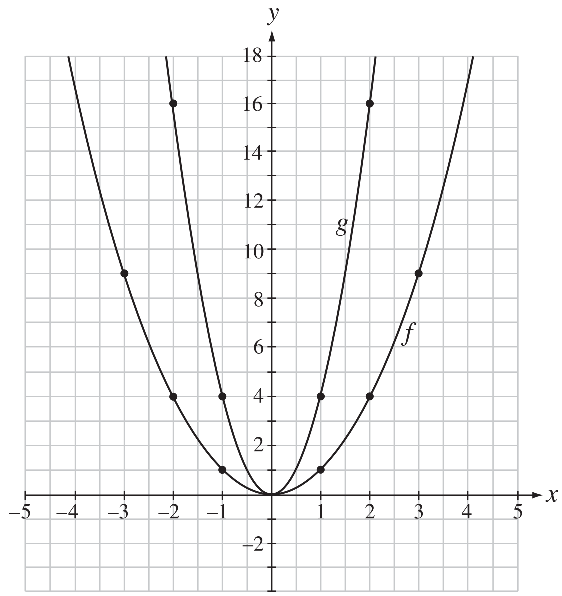
B. $\{x \in R \mid x \geq -8\}$

C. $\{x \in R \mid x \leq 0\}$

D. $\{x \in R \mid x \geq 0\}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 2.

Le graphique de $y = f(x)$ subit une transformation et devient le graphique de $y = g(x)$, tel qu'illustré ci-dessous.



2. Une équation possible pour $g(x)$ est

A. $g(x) = 2f(x)$

B. $g(x) = f(2x)$

C. $g(x) = \frac{1}{2}f(x)$

D. $g(x) = f\left(\frac{1}{2}x\right)$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 3.

Le point $A(2, 1)$ est sur le graphique de $y = f(x)$. Le graphique subit un étirement horizontal par rapport à l'axe des y, puis il subit une translation pour que le graphique passe par le point correspondant $A'(8, 1)$. On peut écrire l'équation de la nouvelle fonction sous la forme $y = f\big(m(x - 2)\big)$.

3. La valeur de ***m*** est

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 3

D. 5

---

4. Étant donné la fonction $f(x) = 3^{(x-a)} + b$, où $a \neq 0$, le domaine de la réciproque de $f(x)$ est

A. $\{x \in R \mid x > 0\}$

B. $\{x \in R \mid x > 3\}$

C. $\{x \in R \mid x > a\}$

D. $\{x \in R \mid x > b\}$

Réponse numérique

2. Étant donné que $C = B^2$ et $B^2 = A^5$, où $A > 0, B > 0, C > 0$ et $A \neq 1$, la valeur de $\log_A(BC)$, au dixième près, est __________.

5. Une expression équivalente à $-\log x - \log y$ est

A. $\dfrac{-\log x}{\log y}$

B. $-\log\left(\dfrac{x}{y}\right)$

C. $\log\left(\dfrac{1}{xy}\right)$

D. $\dfrac{1}{\log x \log y}$

Réponse numérique

3. On peut écrire l'expression $\log_b b^2 - 5\log_b c + 4\log_b\left(bc^3\right)$, où $b > 1$ et $c > 1$, sous la forme $m + n\log_b c$.

La valeur de ***m*** est ____________. (Notez dans la **première** colonne.)

La valeur de ***n*** est ____________. (Notez dans la **deuxième** colonne.)

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 6.

Trois des fonctions suivantes ont la même asymptote verticale.

1 $f(x) = \log_2(x - 3) + 6$

2 $g(x) = \log_2(2x - 6) + 3$

3 $h(x) = \dfrac{2x^2 + 6x}{x^2 - 3x}$

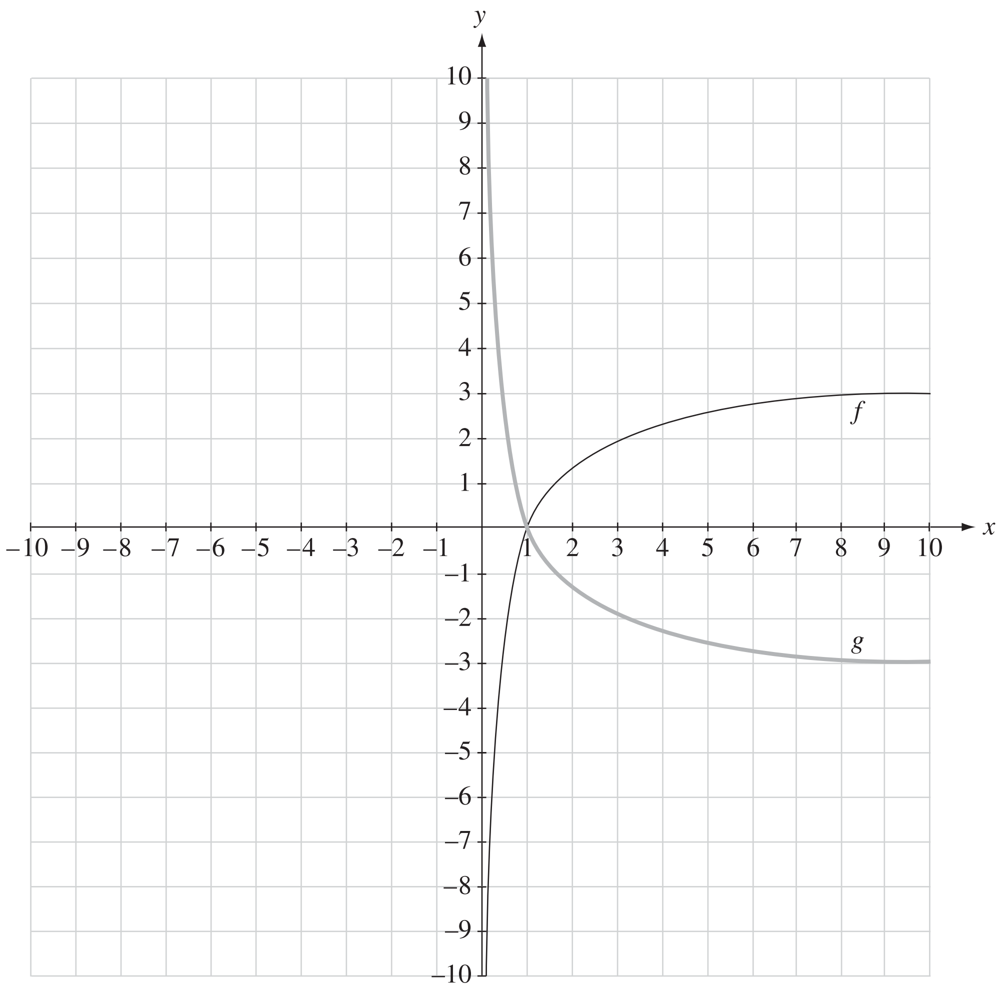
4 $k(x) = \dfrac{x - 3}{2x^2 - 6x}$

6. La fonction dont le graphique **n'a pas** la même asymptote verticale que les autres graphiques est la fonction

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 7.

Voici les graphiques $f(x) = \log_a x$ et $g(x) = \log_b x$.



7. Lorsque les équations des fonctions ci-dessus sont comparées, lequel des énoncés suivants est vrai?

A. $a < b$

B. $b > 1$

C. $a > b$

D. $a < 1$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 8.

Hala a résolu correctement l'équation $\log_3(x + 3) + \log_3(x - 5) = 2$ au moyen d'un processus algébrique. Elle a déterminé qu'une des racines possibles est étrangère.

8. La racine étrangère de l'équation est

A. $x = -6$

B. $x = -5$

C. $x = -4$

D. $x = -3$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 9.

On exprime l'éclat apparent des étoiles en fonction de la magnitude, M, sur une échelle numérique qui augmente au fur et à mesure que l'éclat diminue, tel que représenté par la formule

$$M = 6 - 2{,}5\log\left(\frac{L}{L_0}\right)$$

où L est le flux de lumière d'une étoile donnée et L_0 est le flux de lumière de l'étoile la moins lumineuse visible à l'œil nu.

9. Combien de fois le flux de lumière provenant d'une étoile qui a une magnitude de –1,5 est-il plus grand que le flux de lumière d'une étoile qui a une magnitude de 3,5?

A. 100

B. 1 000

C. 10 000

D. 100 000

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 10.

Voici quatre énoncés au sujet de la fonction polynomiale $P(x) = x^3 - 2x^2 - 13x - 10$.

Énoncé 1 Quand $P(x)$ est divisé par $(x + 1)$, le quotient est $x^2 - 3x - 10$.

Énoncé 2 $P(x)$ a un facteur de $(x - 1)$.

Énoncé 3 $P(-2) = 0$, donc $(x - 2)$ est un facteur de $P(x)$.

Énoncé 4 $P(-3) = -16$, donc -16 est le reste quand $P(x)$ est divisé par $(x + 3)$.

10. Les deux énoncés au sujet de $P(x)$ qui sont vrais sont les énoncés

A. 1 et 3
B. 1 et 4
C. 2 et 3
D. 2 et 4

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 11.

Michael a tracé le graphique de la fonction $y = a(x - b)^2(x + c)$, où $a > 0$, $b > 0$ et $c > 0$.

11. Si Michael modifie la fonction de façon à ce que $a < 0$, et qu'il compare le nouveau graphique au graphique de la fonction initiale, il remarquera un changement

A. du domaine
B. de l'image
C. des abscisses à l'origine
D. de l'ordonnée à l'origine

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 12.

Le graphique de la fonction $P(x) = a(x - r)(x - 1)^2(x - 4)$ passe par le point (0, 6).

12. La valeur de ***a*** en fonction de ***r*** est

A. $a = \frac{3}{2r}$

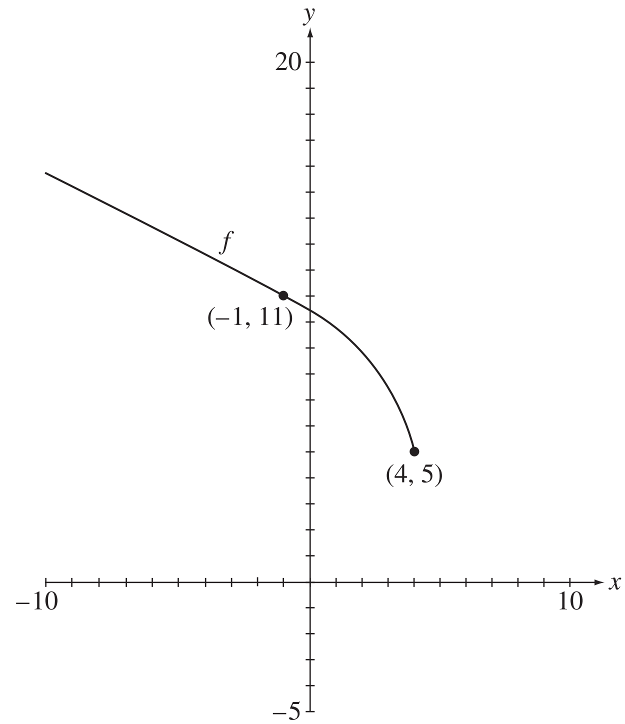
B. $a = -\frac{3}{2r}$

C. $a = \frac{2}{3r}$

D. $a = -\frac{2}{3r}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 4.

Voici le graphique de $y = f(x)$.



On peut écrire l'équation du graphique de $y = f(x)$ sous la forme $f(x) = a\sqrt{-(x - h)} + k$.

Réponse numérique

4. La valeur de ***a***, au centième près, est __________.

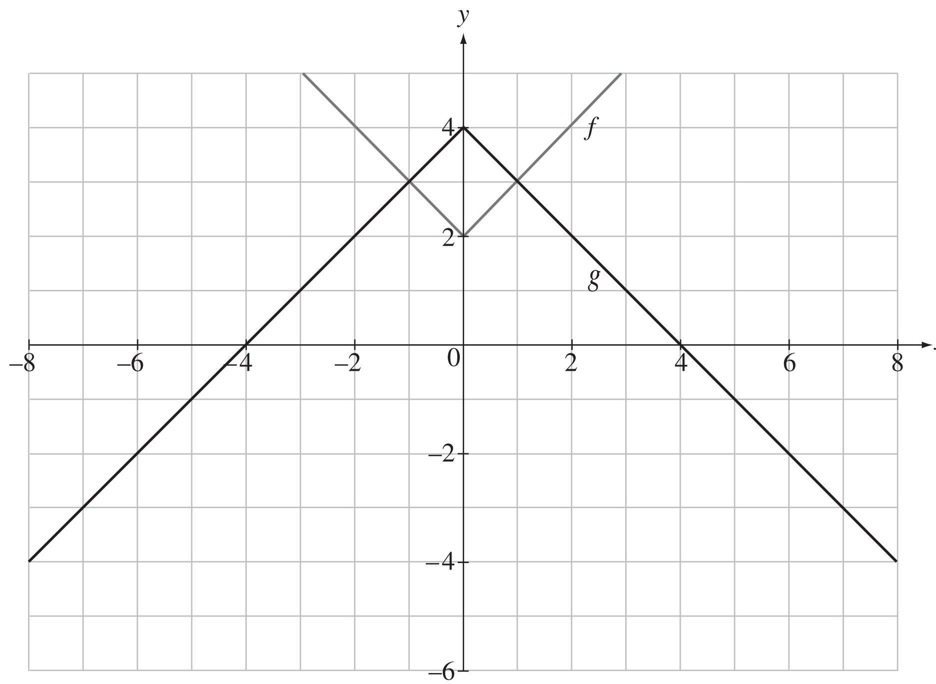
---

13. Étant donné que $f(x) = 8 - 3x$, $g(x) = \left|\frac{1}{2}x - 5\right|$ et $h(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$, la valeur de $(f \circ g \circ h)(16)$ est

A. –13
B. –5
C. 29
D. 480

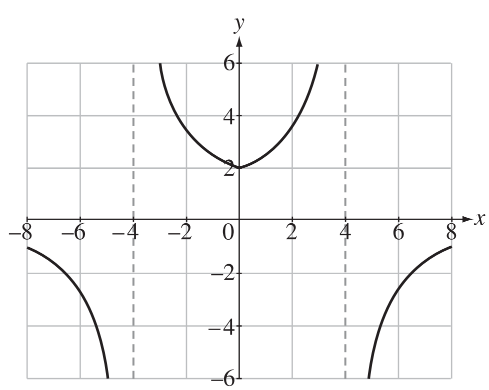
Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 14.

Voici les graphiques de $y = f(x)$ et de $y = g(x)$.

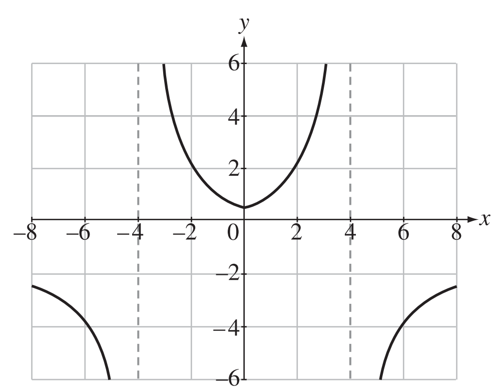


14. Lequel des graphiques suivants représente $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$?

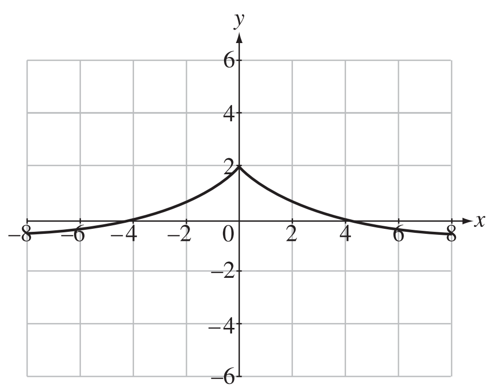
A.



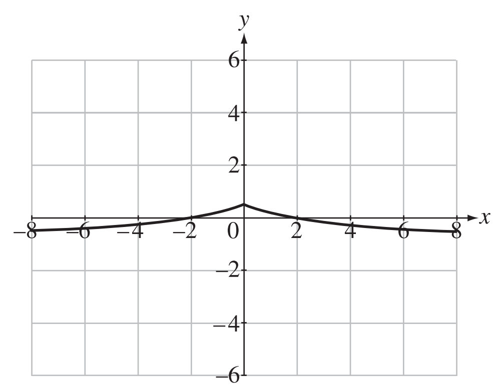
B.



C.

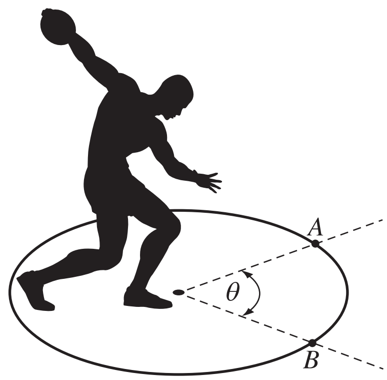


D.



Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 15.

Pendant les épreuves de lancer du disque, les athlètes ne doivent pas sortir du cercle de lancer, qui a un diamètre de 2,5 m, et le disque doit tomber à l'intérieur de la zone d'atterrissage prédéterminée. Les lignes de démarcation de cette zone partent du centre du cercle et coupent la circonférence du cercle aux points A et B. Les points A et B forment un arc ayant une longueur de 87 cm.



À noter : Le diagramme **n'est pas** tracé à l'échelle.

15. L'angle θ, au degré près, est de

A. 20°
B. 35°
C. 40°
D. 82°

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 5.

Les points $A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ et $B\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ sont sur le cercle unitaire.

Réponse numérique

5. Si le point C (0, 0) est au centre du cercle unitaire, la mesure du plus petit angle ACB, au centième de radian près, sera de __________ rad.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 16.

On trace l'angle θ en position standard sur un cercle unitaire. Le point $P\left(x, -\frac{8}{17}\right)$, où $x > 0$, se situe sur le côté terminal de l'angle θ.

16. Quelle est la valeur **exacte** de $\cot\text{an}\,\theta$?

A. $-\frac{8}{\sqrt{353}}$

B. $-\frac{\sqrt{353}}{8}$

C. $-\frac{8}{15}$

D. $-\frac{15}{8}$

---

17. Si $\text{cosec}\left(\frac{4\pi}{3}\right) + k = \text{cotan}\left(\frac{8\pi}{3}\right)$, la valeur **exacte** de $\boldsymbol{k}$ est

A. $-\sqrt{3}$

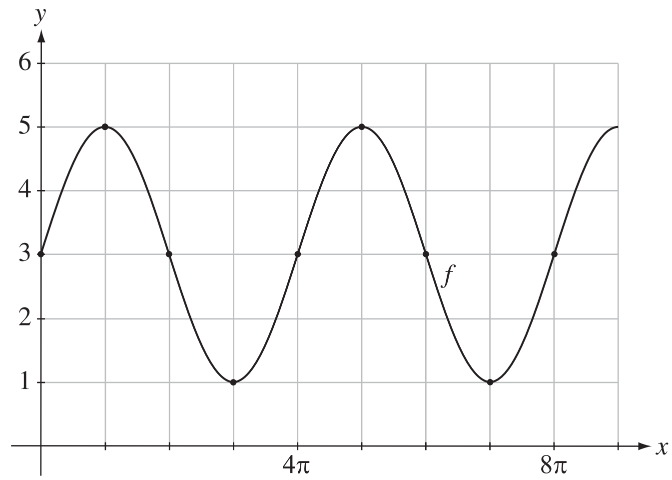
B. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

D. $\sqrt{3}$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 18.

Voici le graphique de la fonction $f(x) = a\cos[b(x - c)] + d$, où $a > 0$.



18. Une équation de $f(x)$ qui contient les valeurs correctes des paramètres $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{c}$ est

A. $f(x) = a\cos\left[\frac{1}{2}(x - \pi)\right] + d$

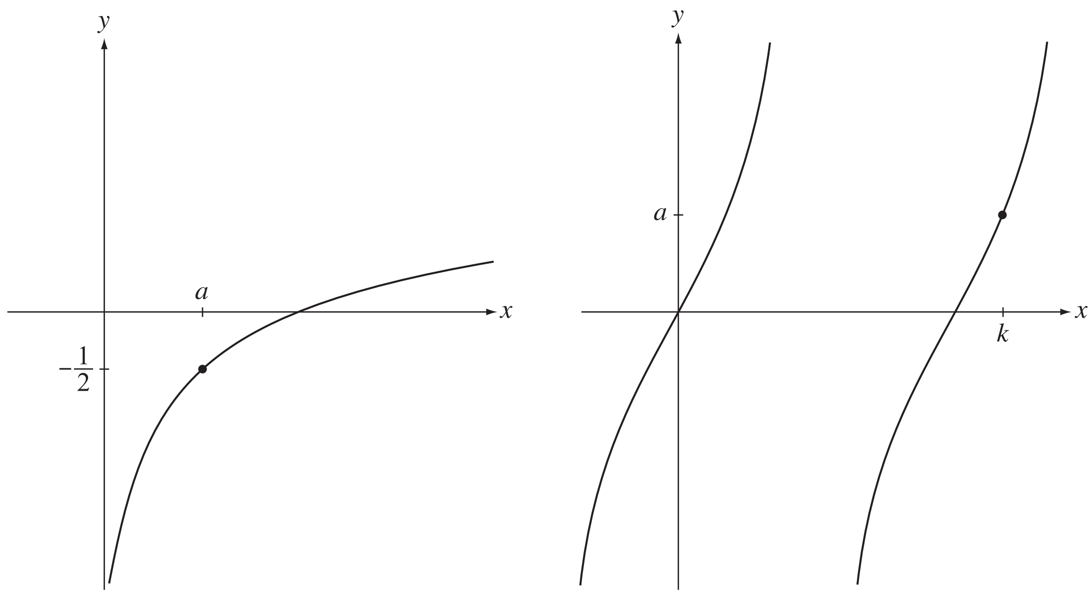
B. $f(x) = a\cos\left[\frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right] + d$

C. $f(x) = a\cos[2(x - \pi)] + d$

D. $f(x) = a\cos\left[2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right] + d$

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 19.

Voici les graphiques de $y = \log_3 x$ et de $y = \tan x$. Le point $\left(a, -\frac{1}{2}\right)$ est indiqué sur le graphique de $y = \log_3 x$, et le point (k, a) est indiqué sur le graphique de $y = \tan x$.



19. La valeur de ***k*** est

A. 120°

B. 150°

C. 210°

D. 240°

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 6.

Des élèves veulent résoudre l'équation $(2\sin x - 2)(a\sin x + b) = 0$, où $a > 0$, $b > 0$ et $a > b$.

Réponse numérique

6. Si le domaine est $0 \leq x < 2\pi$, le **nombre** de solutions de cette équation est __________.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 20.

Quatre élèves ont écrit la solution générale de l'équation $10\cos^2\theta = 5$.

Sandy $\theta = \dfrac{\pi}{4} + n\pi,\ n \in Z$

Noah $\theta = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{n\pi}{2},\ n \in Z$

Luke $\theta = \dfrac{\pi}{4} + 2n\pi,\ n \in Z,$ et $\theta = \dfrac{7\pi}{4} + 2n\pi,\ n \in Z$

Jane $\theta = \dfrac{\pi}{4} + n\pi,\ n \in Z,$ et $\theta = \dfrac{3\pi}{4} + n\pi,\ n \in Z$

20. Les deux élèves qui ont écrit une solution générale correcte sont

A. Sandy et Luke
B. Sandy et Jane
C. Noah et Luke
D. Noah et Jane

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question 21.

Une élève a simplifié incorrectement l'expression $\left(\dfrac{\dfrac{2\cot\text{an}\,x}{\text{cosec}^2 x}}{\cos^2 x + \sin^2 x}\right)$. Voici le travail de l'élève.

Étape 1 $\left(\dfrac{\dfrac{2\cos x}{\sin x}}{\dfrac{1}{\sin^2 x}}\right)\left(\dfrac{1}{\cos^2 x + \sin^2 x}\right)$

Étape 2 $\left(\dfrac{2\cos x}{\sin x} \bullet \dfrac{\sin^2 x}{1}\right)\left(\dfrac{1}{1 + \sin^2 x + \sin^2 x}\right)$

Étape 3 $(2\cos x \sin x)\left(\dfrac{1}{1 + 2\sin^2 x}\right)$

Étape 4 $\dfrac{\sin(2x)}{\cos(2x)}$

Étape 5 $\tan(2x)$

21. L'étape qui contient la **première** erreur est l'étape

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Utilisez l’information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 7.

Eden cherche un forfait de voyages. Elle peut voyager en train ou en avion. Pour le voyage en train, il y a un seul type de billet. Pour le voyage en avion, elle doit choisir entre un billet régulier ou un billet en première classe. Toutefois, qu’elle décide de prendre le train ou l’avion, elle doit choisir entre un repas au poulet, un repas au bœuf ou un repas végétarien. Une fois arrivée à destination, elle devra choisir l’un de trois hôtels différents.

Réponse numérique

7. Le nombre de forfaits de voyages différents parmi lesquels Eden peut choisir est __________ .

---

22. Le nombre de façons différentes de placer les 10 lettres du mot **ACCESSIBLE** si toutes les voyelles, AEIE, doivent être l’une à côté de l’autre est

A. 60 480
B. 15 120
C. 8 640
D. 2 160

Utilisez l’information suivante pour répondre à la question 23.

Josef choisit 5 chansons que l’on fera jouer au hasard entre les parties d’un tournoi de basketball. Chacun des 10 joueurs de l’équipe a suggéré une chanson différente. L’entraineur a suggéré 4 chansons qui sont toutes différentes de celles suggérées par les joueurs.

23. Le nombre de choix de chansons différents possibles que Josef peut faire en utilisant exactement 2 des suggestions de l’entraineur est

A. 8 640
B. 2 002
C. 720
D. 126

24. Dans le développement de $(x - 2y)^8$, écrit sous forme de puissances décroissantes de x, le coefficient du terme du milieu est

A. 1 120

B. –1 120

C. 1 792

D. –1 792

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse numérique 8.

Dans le développement du binôme $(x + a)^b$ écrit sous forme de puissances décroissantes de x, étant donné $a \in N^*$ et $b \in N^*$, le deuxième et le troisième terme sont respectivement $24x^7$ et $252x^6$.

Réponse numérique

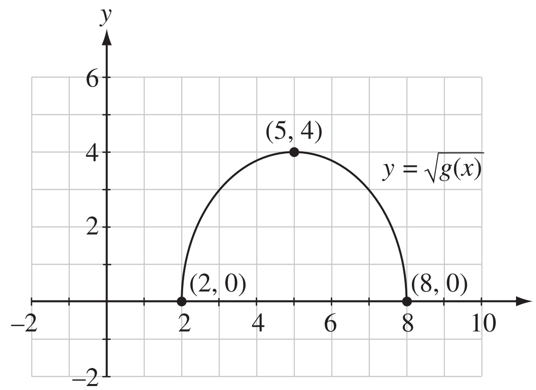
8. Les valeurs de ***a*** et ***b*** sont respectivement _____ et _____.

La question à réponse écrite 1 commence à la page suivante.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 1.

Le graphique de $h(x) = x^2$ subit des transformations et devient le graphique de $y = g(x)$, dont l'équation peut être écrite sous la forme $g(x) = a(x - h)^2 + k$.

Le graphique de $y = \sqrt{g(x)}$, illustré à droite, a un maximum au point (5, 4).



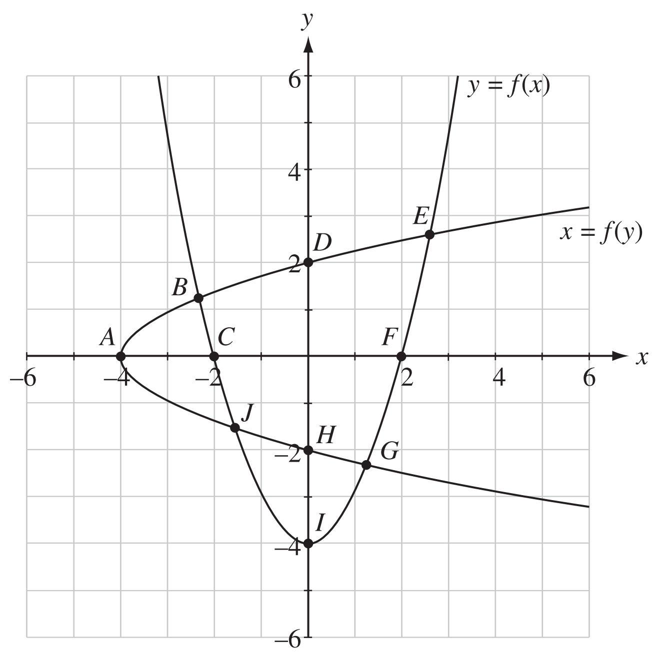
Question à réponse écrite — 5 points

1. **a.** **Esquissez** le graphique de $y = g(x)$ sur la grille ci-dessous et légendez clairement les abscisses à l'origine et le maximum. **Décrivez** une suite possible de transformations que pourrait subir le graphique de $y = h(x)$ pour devenir le graphique de $y = g(x)$. **[3 points]**

Transformations :

Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite 1.

Le graphique de la fonction quadratique $y = f(x)$ subit une transformation et devient le graphique de $x = f(y)$. Voici les graphiques de $y = f(x)$, de $x = f(y)$ et 10 points légendés.

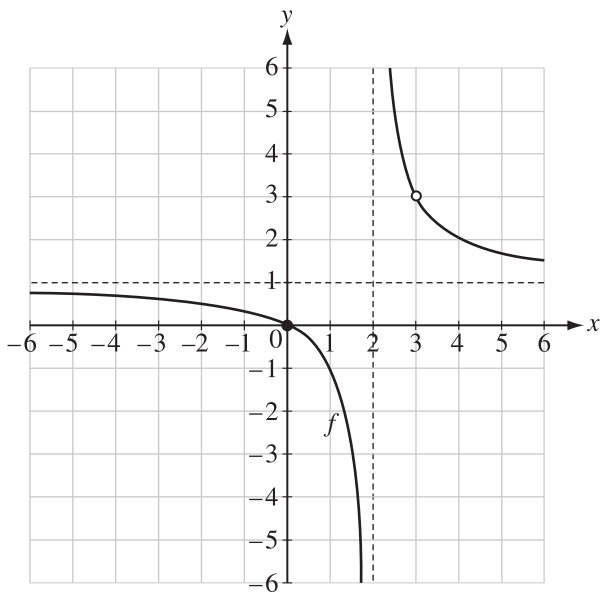


b. Identifiez les points invariants et **expliquez** pourquoi ils sont invariants. **[2 points]**

La question à réponse écrite 2 commence à la page suivante.

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 2.

Voici le graphique de $y = f(x)$ et l'équation de $y = g(x)$.



$$g(x) = \frac{x+3}{x-2}$$

Question à réponse écrite — 5 points

2. **a.** **Comparez** les coordonnées à l'origine, les équations des asymptotes et les domaines de $y = f(x)$ et de $y = g(x)$. **[3 points]**

Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite 2.

Betty crée la fonction $h(x) = \dfrac{(x-a)(x-b)}{(x-c)}$ en utilisant les valeurs suivantes de a, b et c :

$$-3 \qquad -2 \qquad -1 \qquad 0 \qquad 1 \qquad 2 \qquad 3 \qquad 4 \qquad 5$$

Betty aimerait que le graphique de la fonction ait une asymptote verticale et deux abscisses à l'origine différentes, et que l'une d'entre elles soit négative. Elle peut utiliser les valeurs fournies plus d'une fois.

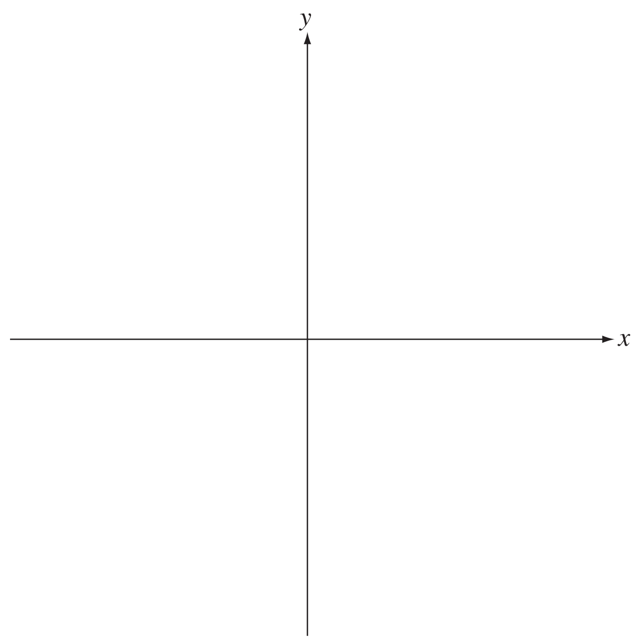
b. Donnez un exemple d'une équation que Betty pourrait utiliser pour représenter la fonction et **déterminez** le nombre total de graphiques différents qui répondraient aux critères de Betty. **[2 points]**

La question à réponse écrite 3 commence à la page suivante.

Question à réponse écrite — 5 points

3. **a.** **Déterminez** la valeur de l'angle θ en position standard pour que $\operatorname{cosec}\theta = -\sqrt{2}$, où $540° \leq \theta \leq 630°$. **Esquissez** et légendez l'angle θ en position standard sur le plan cartésien ci-dessous. **[2 points]**

$\theta =$ ___________



Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite 3.

Le côté terminal de l'angle β coupe le cercle unitaire au point $P\left(m, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$, où $\sec\beta > 0$.

b. **Déterminez algébriquement** la valeur exacte de $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right)$ sous la forme $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{c}$, où $a \in N^*$, $b \in N^*$ et $c \in N^*$. **[3 points]**

Test de pratique de Mathématiques 30–1 — Clé

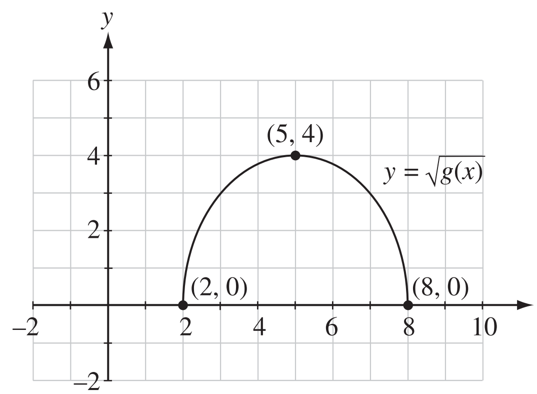
Question	Clé
RN 1	167/176/617/816/861/681
CM 1	A
CM 2	B
CM 3	B
CM 4	D
RN 2	7,5
CM 5	C
RN 3	67
CM 6	D
CM 7	C
CM 8	C
CM 9	A
CM 10	B
CM 11	D
CM 12	A
RN 4	2,68
CM 13	A
CM 14	B
CM 15	C
RN 5	2,88
CM 16	D
CM 17	C
CM 18	A
CM 19	C
RN 6	3
CM 20	D
CM 21	B
RN 7	27
CM 22	B
CM 23	C
CM 24	A
RN 8	38
RE 1	Voir la solution possible
RE 2	Voir la solution possible
RE 3	Voir la solution possible

Solution possible à la question à réponse écrite 1

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 1.

Le graphique de $h(x) = x^2$ subit des transformations et devient le graphique de $y = g(x)$, dont l'équation peut être écrite sous la forme $g(x) = a(x - h)^2 + k$.

Le graphique de $y = \sqrt{g(x)}$, illustré à droite, a un maximum au point (5, 4).



Question à réponse écrite — 5 points

1. **a.** **Esquissez** le graphique de $y = g(x)$ sur la grille ci-dessous et légendez clairement les abscisses à l'origine et le maximum. **Décrivez** une suite possible de transformations que pourrait subir le graphique de $y = h(x)$ pour devenir le graphique de $y = g(x)$. **[3 points]**

Solution possible à la partie a

Le graphique de $y = g(x)$ aura les mêmes abscisses à l'origine que le graphique de $y = \sqrt{g(x)}$, mais un point maximum à (5, 16).

Le graphique de $g(x)$ se prolongera également sous l'axe des *x*.

Une équation possible de $y = g(x)$ est :

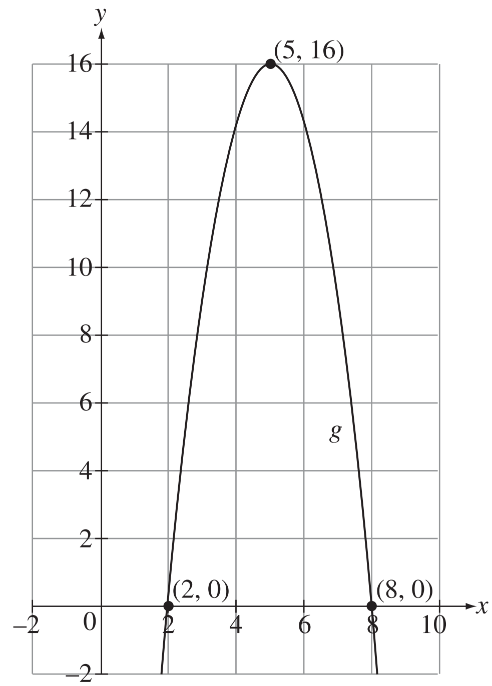
$$g(x) = a(x-5)^2 + 16$$

$$0 = a(8-5)^2 + 16$$

$$-16 = a(3)^2$$

$$a = -\frac{16}{9}$$

$$g(x) = -\frac{16}{9}(x-5)^2 + 16$$

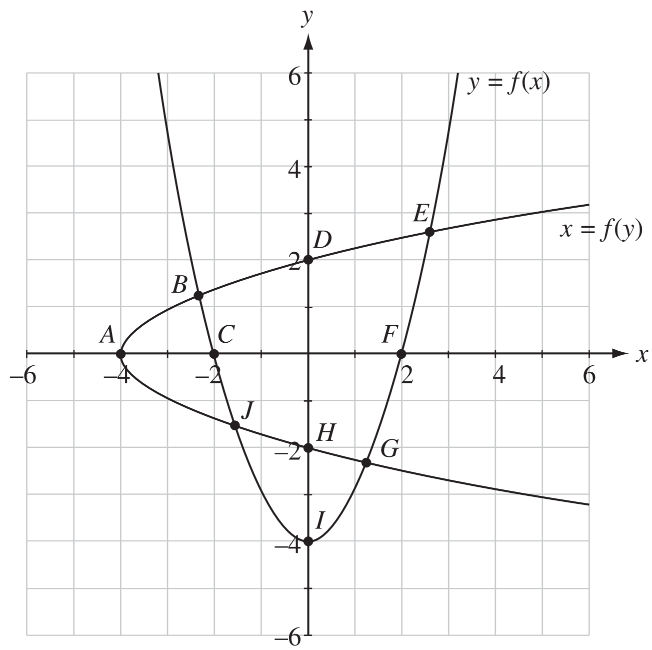


Une suite de transformations qui pourraient être appliquées à $y = h(x)$ pour qu'il devienne $y = g(x)$ est

- un étirement vertical par rapport à l'axe des *x* par un facteur de $\frac{16}{9}$
- une réflexion par rapport à l'axe des *x*
- une translation horizontale de 5 unités vers la droite
- une translation verticale de 16 unités vers le haut

Utilisez l'information suivante pour répondre à la prochaine partie de la question à réponse écrite 1.

Le graphique de la fonction quadratique $y = f(x)$ subit une transformation et devient le graphique de $x = f(y)$. Voici les graphiques de $y = f(x)$, de $x = f(y)$ et 10 points légendés.



b. Identifiez les points invariants et **expliquez** pourquoi ils sont invariants. **[2 points]**

Solution possible à la partie b

Les points invariants sont légendés ***E*** et ***J*** sur le graphique.

1^re^ explication possible

Le graphique de la réciproque d'une relation peut être créé en faisant subir une réflexion au graphique de $y = f(x)$ par rapport à la droite $y = x$. Tous les points dans le graphique de $y = f(x)$ qui croisent la droite de réflexion $y = x$ demeureraient inchangés et, par conséquent, seraient invariants.

2^e^ explication possible

Quand une fonction subit une transformation et devient sa relation réciproque correspondante, l'abscisse de chaque point devient l'ordonnée du point correspondant et l'ordonnée de chaque point devient l'abscisse du point correspondant. Cela signifie que les points invariants existeront seulement quand la valeur de *x* est égale à la valeur de *y*.

Guide de notation de la question à réponse écrite 1

PARTIE A

Note	Description	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	L'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas de descriptions correctes des transformations ni de graphique.
0,5		
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique minimale du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver les premières étapes d'une solution.	Dans sa réponse, l'élève • donne une description complète des transformations OU • esquisse un graphique comportant 1 caractéristique correcte et décrit 2 transformations correctes OU • esquisse un graphique comportant 2 caractéristiques correctes
1,5		
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une bonne compréhension mathématique du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • esquisse correctement le graphique de $y = g(x)$ OU • esquisse un graphique comportant 3 caractéristiques correctes et décrit 3 transformations correctes OU • esquisse un graphique comportant 2 ou 3 caractéristiques correctes et décrit les bonnes transformations correspondantes
2,5		
3	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • esquisse correctement le graphique de $y = g(x)$ et décrit une suite correcte de transformations

Un dessin complet et correct comprend :

• la bonne forme du graphique

• un sommet à (5, 16) des abscisses à l'origine à (2, 0) et (8, 0)

• le domaine et l'image corrects (le graphique se prolonge sous l'axe des *x*)

• des axes des *x* et des *y* dont l'échelle est correcte

PARTIE B

Note	Description	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	L'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas d'information pertinente au sujet des points invariants.
0,5		
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique élémentaire du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • identifie les bons points invariants OU • fournit une explication complète de la raison pour laquelle les points sont invariants OU • identifie une liste de points invariants qui inclut J ou E, mais un des points est absent ou il y a au plus deux autres points indiqués, et l'élèvre donne une explication partielle de la raison pour laquelle les points sont invariants
1,5		
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • identifie correctement les points invariants et donne une explication complète de la raison pour laquelle les points sont invariants

Une explication complète consiste à

- indiquer que la réciproque est une réflexion par rapport à la droite $y = x$ ET reconnaitre que les points invariants sont situés sur la droite de réflexion $y = x$

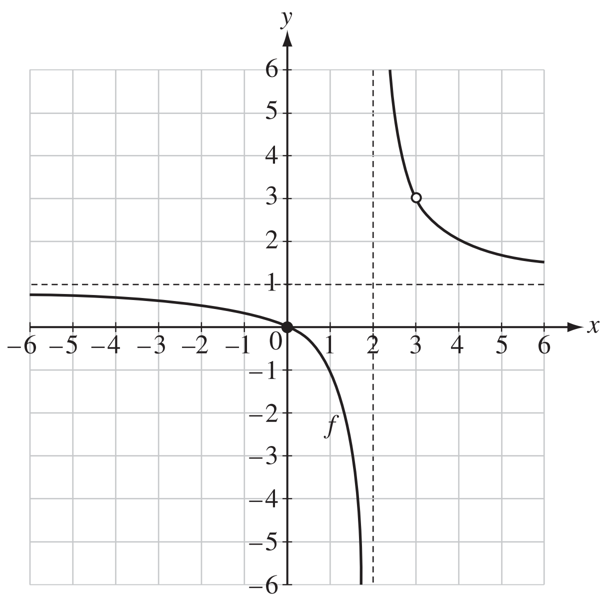
OU

- indiquer que la réciproque est créée en échangeant les coordonnées des abscisses et des ordonnées ET reconnaitre que les coordonnées des abscisses et des ordonnées des points invariants sont égales

Solution possible à la question à réponse écrite 2

Utilisez l'information suivante pour répondre à la question à réponse écrite 2.

Voici le graphique de $y = f(x)$ et l'équation de $y = g(x)$.



$$g(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$$

Question à réponse écrite — 5 points

2. **a.** **Comparez** les coordonnées à l'origine, les équations des asymptotes et les domaines de $y = f(x)$ et de $y = g(x)$. **[3 points]**

Solution possible à la partie a

Pour $g(x)$: $g(x) = \frac{x+3}{x-2} \rightarrow g(x) = \frac{x-2+5}{x-2}$

$$g(x) = \frac{5}{x-2} + \frac{x-2}{x-2}$$

$$g(x) = \frac{5}{x-2} + 1, \text{ où } x \neq 2$$

Le graphique de $y = g(x)$, quand il est comparé à $y = \frac{1}{x}$, a subi une translation d'une unité vers le haut et, par conséquent, l'asymptote horizontale est $y = 1$. L'asymptote verticale est $x = 2$, ce qui signifie que le domaine est $\{x \in R \mid x \neq 2\}$.

Abscisse à l'origine : $0 = \frac{x+3}{x-2}$

$$0 = x + 3$$

$$x = -3$$

Ordonnée à l'origine : $y = \frac{0+3}{0-2}$

$$y = -\frac{3}{2}$$

Les graphiques de $y = f(x)$ et de $y = g(x)$ ont des abscisses à l'origine et des ordonnées à l'origine différentes. Le graphique de $y = f(x)$ a une abscisse à l'origine à $(0, 0)$ et une ordonnée à l'origine à $(0, 0)$. Le graphique de $y = g(x)$ a une abscisse à l'origine à $(-3, 0)$ et une ordonnée à l'origine à $\left(0, -\frac{3}{2}\right)$.

Les deux graphiques ont une asymptote horizontale à $y = 1$ et une asymptote verticale à $x = 2$, mais le graphique de $y = f(x)$ a également un point de discontinuité en $x = 3$, ce qui signifie que les domaines seront différents. Le domaine de $y = g(x)$ est $\{x \in R \mid x \neq 2\}$ et le domaine de $y = f(x)$ est $\{x \in R \mid x \neq 2, x \neq 3\}$.

Utilisez l'information suivante pour répondre
à la prochaine partie de la question à réponse écrite 2.

Betty crée la fonction $h(x) = \dfrac{(x-a)(x-b)}{(x-c)}$ en utilisant les valeurs suivantes de a, b et c :

$$-3 \qquad -2 \qquad -1 \qquad 0 \qquad 1 \qquad 2 \qquad 3 \qquad 4 \qquad 5$$

Betty aimerait que le graphique de la fonction ait une asymptote verticale et deux abscisses à l'origine différentes, et que l'une d'entre elles soit négative. Elle peut utiliser les valeurs fournies plus d'une fois.

b. Donnez un exemple d'une équation que Betty pourrait utiliser pour représenter la fonction et **déterminez** le nombre total de graphiques différents qui répondraient aux critères de Betty. **[2 points]**

Solution possible à la partie b

Un exemple possible pourrait être $h(x) = \dfrac{(x+2)(x-5)}{(x-3)}$.

Pour déterminer le nombre total de graphiques différents :

La valeur de a ou b doit être -3, -2 ou -1, tandis que la valeur de l'autre paramètre doit être 0, 1, 2, 3, 4 ou 5. Cela signifie qu'il y a trois options pour un facteur dans le numérateur et six options pour l'autre facteur dans le numérateur.

La valeur de c ne peut pas être la même que la valeur de a ou b; autrement, le graphique résultant aurait un point de discontinuité au lieu d'une asymptote verticale. Par conséquent, il y a sept options restantes inutilisées pour le facteur dans le dénominateur.

Quand on utilise le principe fondamental de dénombrement,

$3 \times 6 \times 7 = 126$

Par conséquent, 126 graphiques différents répondent aux critères de Betty.

Guide de notation de la question à réponse écrite 2

PARTIE A

Note	Description	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	L'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient aucune information correcte et pertinente au sujet de la comparaison des caractéristiques des deux fonctions.
0,5		
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique minimale du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver les premières étapes d'une solution.	Dans sa réponse, l'élève • énonce correctement quelles caractéristiques sont les mêmes et quelles caractéristiques sont différentes, mais ne donne pas d'éléments d'appui ou de preuve. OU • compare correctement 2 caractéristiques des deux graphiques (p. ex. les abscisses et les asymptotes verticales) OU • énonce 5 caractéristiques correctes d'un des graphiques ou des deux graphiques
1,5		
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une bonne compréhension mathématique du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • compare correctement 4 caractéristiques des deux graphiques OU • énonce correctement les 10 caractéristiques de $f(x)$ et de $g(x)$
2,5		
3	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • compare correctement toutes les caractéristiques de $f(x)$ et de $g(x)$ avec des éléments d'appui

PARTIE B

Note	Description	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	L'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas d'exemple valide ou de calculs valides qui permettraient de déterminer le nombre de graphiques différents.
0,5		
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique élémentaire du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • donne un exemple correct d'une équation qui répond aux critères OU • donne un exemple d'équation qui comporte une valeur incorrecte et détermine le nombre de graphiques possibles, mais il y a une erreur dans les calculs OU • détermine le nombre correct de graphiques possibles avec des éléments de preuve
1,5		
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • donne un exemple correct d'équation qui répond aux critères et détermine le nombre correct de graphiques possibles avec des éléments de preuve

Solution possible à la question à réponse écrite 3

Question à réponse écrite — 5 points

3. **a.** **Déterminez** la valeur de l'angle θ en position standard pour que $\operatorname{cosec}\theta = -\sqrt{2}$, où $540° \le \theta \le 630°$. **Esquissez** et légendez l'angle θ en position standard sur le plan cartésien ci-dessous. **[2 points]**

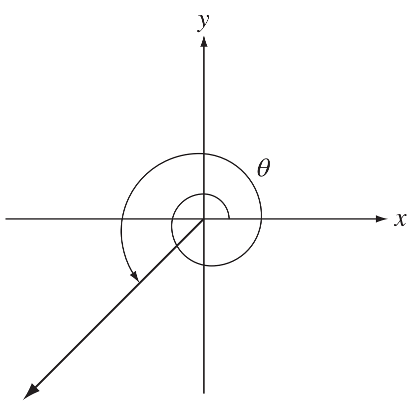
Solution possible à la partie a

$$\operatorname{cosec}\theta = -\sqrt{2}$$

$$\sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Le côté terminal se trouve dans le quadrant III ou IV et l'angle de référence est $45°$.

L'angle entre $540° \le \theta \le 630°$ avec un angle de référence de $45°$ est $\theta = 585°$.



Utilisez l'information suivante pour répondre à la prochaine partie de la question à réponse écrite 3.

Le côté terminal de l'angle β coupe le cercle unitaire au point $P\left(m, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$, où $\sec\beta > 0$.

b. Déterminez algébriquement la valeur exacte de $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right)$ sous la forme $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{c}$, où $a \in N^*$, $b \in N^*$ et $c \in N^*$. **[3 points]**

Solution possible à la partie b

Si le point $P\left(m, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ coupe le cercle unitaire,

$$m^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 = 1^2$$

$$m^2 = 1 - \frac{3}{16}$$

$$m^2 = \frac{13}{16}$$

$$m = \pm\frac{\sqrt{13}}{4}$$

Parce que $\sec\beta > 0$, l'angle β est dans le quadrant IV et $m = \frac{\sqrt{13}}{4}$.

Par conséquent, le point P est situé à $\left(\frac{\sqrt{13}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$ et $\cos\beta = \frac{\sqrt{13}}{4}$ et $\sin\beta = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Donc $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\beta\cos\frac{\pi}{6} - \sin\beta\sin\frac{\pi}{6}$

$$= \left(\frac{\sqrt{13}}{4}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{39}}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8}$$

$$\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{39} + \sqrt{3}}{8}$$

La valeur exacte de $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right)$ est $\frac{\sqrt{39} + \sqrt{3}}{8}$.

Guide de notation de la question à réponse écrite 3

PARTIE A

Note	Description	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	L’élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas d’informations pertinentes qui permettraient de déterminer l’angle θ ni de dessin valide de l’angle θ.
0,5		
1	Dans sa réponse, l’élève démontre une compréhension mathématique élémentaire du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l’élève • détermine un angle coterminal correct pour θ, avec des éléments de preuve, en respectant la restriction $0° \leq \theta \leq 360°$ OU • fait un dessin complet de l’angle θ OU • détermine un angle de référence correct pour l’angle θ et fait un dessin partiellement complet.
1,5		
2	Dans sa réponse, l’élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l’élève • détermine la valeur correcte de l’angle θ et fait un dessin complet de l’angle.

Un dessin complet inclurait ces éléments :

• un côté terminal situé dans le quadrant III avec un angle de référence d’environ 45°

• une flèche en spirale autour de l’origine indiquant que l’angle contient plus d’une rotation.

PARTIE B

Note	Description	Détail
AR	Aucune réponse fournie.	
0	L'élève ne répond pas à la question ou présente une solution qui est incorrecte.	La réponse ne contient pas d'informations pertinentes qui permettraient de déterminer la valeur exacte.
0,5		
1	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique minimale du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver les premières étapes d'une solution.	Dans sa réponse, l'élève • détermine les valeurs correctes possibles de m OU • détermine une valeur incorrecte de m et identifie la valeur correspondante de $\cos\beta$ OU • développe correctement l'identité de $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right)$ et indique la valeur de $\sin\beta$ OU • détermine la valeur de β et note l'approximation décimale correcte de $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right)$
1,5		
2	Dans sa réponse, l'élève démontre une bonne compréhension mathématique du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution partielle.	Dans sa réponse, l'élève • détermine la valeur correcte de m et identifie les valeurs correctes de $\cos\beta$ et $\sin\beta$ OU • détermine une valeur incorrecte de m, indique les valeurs correspondantes correctes de $\cos\beta$ et de $\sin\beta$, et détermine la valeur correspondante exacte de $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right)$.
2,5		
3	Dans sa réponse, l'élève démontre une compréhension mathématique complète du problème en appliquant une stratégie appropriée ou des connaissances mathématiques pertinentes afin de trouver une solution complète et correcte.	Dans sa réponse, l'élève • détermine la valeur exacte correcte de $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right)$ avec des éléments de preuve complets.

À noter : Un élève qui écrit les rapports comme des arguments de l'angle recevra une note maximale de 2 (p. ex. écrit incorrectement $\cos\frac{\pi}{6}$ comme $\cos\frac{\sqrt{3}}{2}$).